d. On pose $p=3$.

Calculer les trois premiers termes de la suite (v_n).

En déduire un encadrement de ℓ'.

22 Soit (u_n) et (v_n) les suites définies par

$u_n=\dfrac{1\times3\times5\times...\times(2n-1)}{2\times4\times6\times...\times(2n)}$ et

$v_n=\dfrac{2\times4\times6\times...\times(2n)}{3\times5\times...\times(2n+1)}$, $n\geq1$.

1. a. Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

b. En déduire qu'elle converge vers un réel positif ℓ.

2. a. Montrer que la suite (v_n) est décroissante.

b. En déduire qu'elle converge vers un réel positif ℓ'.

3. Soit (w_n) la suite définie par $w_n=u_n.v_n$.

a. La suite (w_n) est-elle convergente ?

b. Déterminer w_n en fonction n.

c. En déduire que $\ell\ell'=0$.

4. a. Montrer que pour tout $n\geq1$, $u_n<v_n$.

b. En déduire que $\ell=0$.

c. Montrer que pour tout $n\geq1$, $2u_{n+1}>v_n$.

d. En déduire ℓ'.

23 Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{4x-3}{x}$.

1. Etudier les variations de f et tracer sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit la suite (u_n) telle que

$$\begin{cases}u_0\in]0,+\infty[,\\ u_{n+1}=\dfrac{4u_n-3}{u_n},\ n\geq0.\end{cases}$$

2. On suppose que $u_0=\dfrac{3}{4}$.

a. Calculer u_1 et représenter u_0 et u_1.

b. La suite (u_n) est-elle définie ?

3. On suppose que $u_0=3$.

a. Représenter u_1, u_2 et u_3.

b. Montrer que la suite (u_n) est constante.

4. On suppose que $u_0=5$.

a. Représenter u_0, u_1, u_2 et u_3.

b. Montrer que la suite (u_n) est décroissante et que pour tout $n\geq1$, $u_n\geq3$.

c. En déduire que la suite (u_n) converge vers un réel α que l'on déterminera.

d. A l'aide d'une calculatrice, déterminer n_0 pour que $u_n-\alpha\leq10^{-5}$, $n\geq n_0$.

24 Pour chacun des cas suivants, dire si les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes.

1. $u_n=\dfrac{2}{n}$, $v_n=-\dfrac{3}{n}$, $n\geq2$.

2. $u_n=\dfrac{n+2}{n-1}$, $v_n=\dfrac{2n+3}{2n+5}$, $n\geq4$.

3. $u_n=\sin\left(\dfrac{1}{n}\right)$, $v_n=\cos\left(\dfrac{1}{n}\right)-1$, $n\geq2$.

4. $u_n=\sum_{k=0}^{n}\dfrac{1}{2^k}$, $v_n=2+\dfrac{3}{n}$, $n\geq2$.

5. $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$, $v_n=\sqrt{n}-\sqrt{n+1}$, $n\geq1$.

25 On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par $u_0=12$, $v_0=1$, $u_{n+1}=\dfrac{u_n+2v_n}{3}$,

$v_{n+1}=\dfrac{u_n+3v_n}{4}$, $n\geq0$.

1. Montrer que pour tout $n\geq0$, $u_n\geq v_n$.

2. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes et qu'elles convergent vers la même limite α.

3. On pose pour tout $n\geq0$, $t_n=3u_n+8v_n$.

a. Montrer que (t_n) est une suite constante.

b. En déduire la valeur de α.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn